

Concursul Județean de Matematică ALPHA MATH
Ediția a VI-a, 20 Mai 2017
Clasa a VIII – a

Subiectul I. (7 puncte)

Arătați că $E(x) = \left(1 + \frac{2-x}{x+1}\right) : \frac{x-1}{(2x+1)^2 - (x+2)^2} = 9$, unde x este un număr real, $x \neq 1$ și $x \neq -1$.

Subiectul II. (7 puncte)

Calculați media geometrică a numerelor $x = \frac{1}{4} \cdot \left(3 - \frac{4}{\sqrt{2}}\right)$ și $y = \frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$.

Subiectul III. (7 puncte)

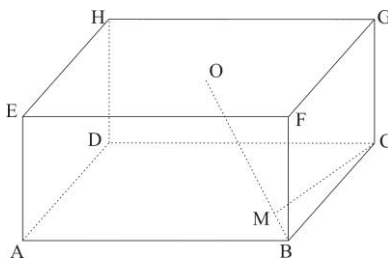
Fie $SABCD$ o piramidă patrulateră regulată în care $AB = 6\sqrt{2} \text{ cm}$, $SA = 3\sqrt{6} \text{ cm}$, O centrul bazei și M proiecția lui O pe SC .

- Determinați lungimea segmentului $[OM]$;
- Calculați unghiul dintre planele (SBC) și (SCD)

Subiectul IV. (7 puncte)

În figura de mai jos este reprezentată schematic o cutie de carton cu capac, în formă de prismă dreaptă $ABCDEFGH$ cu baza $ABCD$ pătrat, $AB=20 \text{ cm}$, $AE=10 \text{ cm}$. Punctul O este mijlocul segmentului EG și punctul M este situat pe BO astfel încât distanța CM să fie minimă.

Arătați că $CM = \frac{20\sqrt{6}}{3} \text{ cm}$.



Notă:

- Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect valorează 7 puncte. Timpul efectiv de lucru este 2 ore.
- Rezultatele vor fi afișate la avizierul unității școlare, pe site-ul www.basarabmatei.ro, pe site-ul www.isjbraila.ro și pe site-ul ssmrbraila.weebly.com.



Concursul Județean de Matematică ALPHA MATH
Ediția a VI-a, 20 Mai 2017
Clasa a VIII – a
Soluții și bareme orientative

Subiectul I.

Arătați că $E(x) = \left(1 + \frac{2-x}{x+1}\right) : \frac{x-1}{(2x+1)^2 - (x+2)^2} = 9$, unde x este un număr real, $x \neq 1$ și $x \neq -1$.

Soluție: $1 + \frac{2-x}{x+1} = \frac{3}{x+1}$ 2p;

$\frac{x-1}{(2x+1)^2 - (x+2)^2} = \frac{1}{3(x+1)}$ 3p;

$E(x) = 9$ 2p;

Subiectul II.

Calculați media geometrică a numerelor $x = \frac{1}{4} \cdot \left(3 - \frac{4}{\sqrt{2}}\right)$ și $y = \frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$.

Soluție: $x = \frac{1}{4} \cdot \left(3 - \frac{4}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{4} \cdot \frac{2(3-2\sqrt{2})}{2} = \frac{3-2\sqrt{2}}{4}$ 3p;

$y = \frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} = 3 + 2\sqrt{2}$ 2p;

$m_g = \sqrt{\frac{3-2\sqrt{2}}{4} \cdot (3 + 2\sqrt{2})} = \frac{1}{2}$ 2p;

Subiectul III.

Fie $SABCD$ o piramidă patrulateră regulată în care $AB = 6\sqrt{2} \text{ cm}$, $SA = 3\sqrt{6} \text{ cm}$, O centrul bazei și M proiecția lui O pe SC .

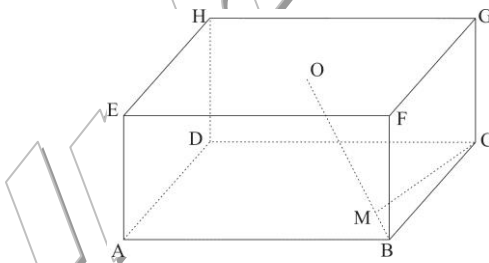
- Determinați lungimea segmentului $[OM]$;
- Calculați unghiul dintre planele (SBC) și (SCD)

Soluție: a) ΔSOC dr., $OM \perp SC \Rightarrow OM$ înălțime în $\Delta SOC \Rightarrow OM = 2\sqrt{3} \text{ cm}$ 3p
 b) $SC \perp (BDM)$ 1p;
 $\angle((SBC), (SCD)) = \angle BMD$ 1p
 ΔBMD isoscel, $MO \perp DB \Rightarrow tg(\angle OMB) = \sqrt{3}$ 1p
 $m(\angle OMB) = 60^\circ \Rightarrow m(\angle BMD) = 120^\circ$ 1p

Subiectul IV.

În figura de mai jos este reprezentată schematic o cutie de carton cu capac, în formă de prismă dreaptă $ABCDEFGH$ cu baza $ABCD$ pătrat, $AB=20 \text{ cm}$, $AE=10 \text{ cm}$. Punctul O este mijlocul segmentului EG și punctul M este situat pe BO astfel încât distanța CM să fie minimă.

Arătați că $CM = \frac{20\sqrt{6}}{3} \text{ cm}$.



Soluție:

$$CM \perp BO \Rightarrow CM \cdot BO = d(O, BC) \cdot BC \dots\dots\dots 3p$$

$$BO = 10\sqrt{3} \text{ cm și } d(O, BC) = 10\sqrt{2} \Rightarrow CM = \frac{20\sqrt{6}}{3} \text{ cm} \dots\dots\dots 4p$$

